

Lehrerleitfaden: Wirkstoffkonzentration

<http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/22038>

Diese Aufgabe ist für 16jährige (Klasse 10) konzipiert beispielsweise als Einführung in die Differenzialrechnung. Sie geht über 2 Stunden.

Ein Beispiel für den Unterrichtsverlauf

1. Stunde

10 Minuten: Das Problem und die Arbeitsweise werden vorgestellt sowie das Arbeitsblatt verteilt.

10 Minuten: SuS beginnen die Aufgabe in Gruppen zu bearbeiten

10 Minuten: Diskutieren Sie mit der ganzen Klasse, ob alle Gruppen eine Idee haben, wie sie beginnen und arbeiten möchten. Tauschen Sie Strategien aus und versichern Sie sich, dass jeder weiß, was erwartet wird.

15 Minuten: SuS arbeiten an der Aufgabe, beenden die Berechnungen und bereiten die Abschnitte für den Flyer vor.

2. Stunde

20 Minuten: SuS stellen ihre Flyer fertig

20 Minuten: Präsentation von einigen Beispielen

10 Minuten: Reflektion über die Aufgabe (und einordnen in weiterer Arbeit)



Ein Arzt macht folgende Angaben zur Einnahme eines bestimmten Medikaments:

- Durchschnittlich 25 % des Wirkstoffs werden vom Körper im Laufe des Tages ausgeschieden.
- Das Medikament entfaltet seine Wirkung erst, wenn eine bestimmte Wirkstoffkonzentration im Blut erreicht ist.
- Deswegen dauert es ein paar Tage bis das Medikament, das einmal täglich eingenommen wird, wirkt.
- Es muss jeden Tag eingenommen werden.
- Wenn die Einnahme einmal vergessen wurde, sollte man am folgenden Tag nicht die doppelte Dosis einnehmen.

Hinweis: Bei diesen Angaben handelt es sich um eine vereinfachte Darstellung der Realität.



AUFGABE

Berechne, wie sich die Konzentration des Wirkstoffs im Blut verändert, wenn jemand mit der Einnahme einer Tagesdosis von 1500 mg (z. B. dreimal täglich 500 mg) beginnt. Sind die Auswirkungen einer vergessenen Tagesdosis und/oder einer doppelten Dosis wirklich so dramatisch? Kann jede beliebige Konzentration des Medikaments erreicht werden? Erkläre deine Antwort.

Ergebnispräsentation

Entwirf einen Flyer für Patienten, der die Antworten auf die oben stehenden Fragen enthält. Füge Diagramme und/oder Tabellen hinzu, um das Ansteigen der Wirkstoffkonzentration über mehrere Tage hinweg zu veranschaulichen.

Vorschläge

Die Aufgabe kann erweitert werden, indem man die SuS fragt, was passiert, wenn man die tägliche Dosis variiert und/oder den Prozentsatz, mit dem der Wirkstoff den Körper verlässt. Was ist der Effekt auf die resultierende (konvergierende) Wirkstoffkonzentration? Solche Fragen können auch genutzt werden, um innerhalb der Klasse zu differenzieren und die starken Schüler herauszufordern.

Beispiele für Schülerarbeiten

Die folgenden Abbildungen zeigen Ausschnitte von Schülerlösungen. Sie zeigen die Schlussfolgerungen der SuS mit mehreren Berechnungen mit unterschiedlichen Grundannahmen unter Verwendung von Tabellen und Graphen. Diese Aufgabe kann genutzt werden für die Einführung von Differenzgleichungen. Trotz gleicher Informationen kommen die SuS zu relativ unterschiedlichen Ergebnissen. Bei der Reflektion sollte daher unbedingt die Bedeutung der Mathematisierung bei solchen Prozessen in der Arbeitswelt betont werden, d.h. kleine Veränderungen in der Mathematisierung können große Auswirkungen auf das Ergebnis haben.

Lösung 3 zeigt die Arbeit einer kleinen Gruppe (auf Niederländisch), welche im Prinzip eine Art Flyer vorbereitet hat. Diese Lösung ist daher besonders realitätsnah.



Lösung 1

	1 ^e x	2 ^e x	3 ^e x	total
dag 1	375	375	375	1125
dag 2	$(1125+500) \cdot 0,75$ 1218,75	$(1218,75+500) \cdot 0,75$ 1289,06	$(1289,06+500) \cdot 0,75$ 1341,8	1341,8
dag 3	$(1341,8+500) \cdot 0,75$ 1381,35	$(1381,35+500) \cdot 0,75$ 1411,01	$(1411,01+500) \cdot 0,75$ 1433,26	1433,26
dag 4	$(1433,26+500) \cdot 0,75$ 1449,94	$(1449,94+500) \cdot 0,75$ 1462,46	$(1462,46+500) \cdot 0,75$ 1471,84	1471,84
dag 5	$(1471,84+500) \cdot 0,75$ 1484,12	$(1484,12+500) \cdot 0,75$ 1484,12	$(1484,12+500) \cdot 0,75$ 1484,12	1484,12
dag 6	$(1484,12+500) \cdot 0,75$ 1491,09	$(1491,09+500) \cdot 0,75$ 1493,32	$(1493,32+500) \cdot 0,75$ 1494,99	1494,99

Lösung 2

1^e dag werkt 1500 mg
 2^e dag werkt 1125 mg + 1500 mg = 2625 mg
 3^e dag werkt 844 mg + 1125 mg + 1500 mg = 3469 mg
 4^e dag werkt 633 mg + 844 mg + 1125 mg + 1500 mg =
 4102 mg
 5^e dag werkt 475 mg + 633 mg + 844 mg + 1125 mg +
 1500 mg = 4576 mg
 6^e dag werkt 356 mg + 475 mg + 633 mg + 844 mg + 1125 mg +
 1500 mg = 4932 mg

DAGEN	1	2	3	4	5	6
werkend medicijn (mg)	1500	2625	3469	4102	4576	4932
toename werkend medicijn (mg)	-	1125	844	633	475	356

Dus:

$$2000 - 0,75^x = 4$$

x = dagen
 4 = toename werkend
 medicijn (mg)

DAGEN	26	27	28	29	30	31
werkend medicijn (mg)	5996	5996,3	5996,9	5997,4	5997,8	5998,1
toename werkend medicijn (mg)	1	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3

Met het slikken van een vaste dagelijks dosis zal een eindpeil 6000 mg niet bereikt worden. Dat blijkt uit de bovenstaande tabel.

Lösung 3

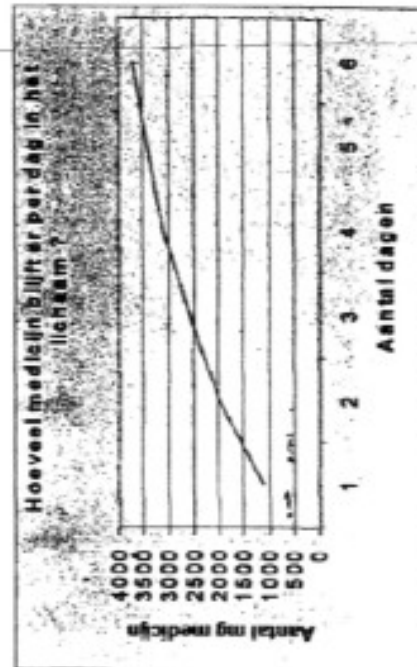
Stofovergang

Als je eenmaal per dag naar het toilet gaat verlaat 25 % van de door jou ingenomen medicijnen je lichaam.

Dat betekent dat als je eerste dag van je medicijngebruik 3 keer 500mg slikt er daarvan $1500 \cdot 0,75 = 1125$ mg in je lichaam overblijft.

Als je elke dag 3 keer 500mg van het medicijn zou slikken krijg je het volgende resultaat

Dag	totaal (mg)	1 n-1	1 n-2	1 n-3
1	1125			
2	1986,75	843,75		
3	2601,5625	632,8125	210,9375	
4	3076,2	474,6375	158,175	52,7625
5	3432,1	355,9	118,7375	39,437
6	3699,09	266,99	88,91	29,8275



De verschillen worden niet constant dus is het ook niet mogelijk bij deze rij een directe formule te geven. Wel is er een recursieve formule die luidt: $m \cdot j = (1500 + m) \cdot 0,75$

Dit betekent dat het aantal medicijn in je lichaam geleidelijk is aan het aantal van de vorige dag, daarbij komt 1500 mg en na het plassen blijft er nog 75 % van de totale hoeveelheid over in je lichaam.

Het kan gebeuren dat je een dag vergeet je medicijnen in te nemen. Kun je dan zomaar de volgende dag de dubbele dosis innemen? Je heeft dit gevolgen voor het eindpeil?

Dat is in een tabel duidelijk weer te geven

Dag	Constant	1 keer overslaan
1	1125	1125
2	1986,75	843,75
3	2601,5625	2882,8125

Tussen de eindhoeveelheden zit niet zo een groot verschil, ongeveer 281,25 mg

Maar als je meerdere dagen overslaat en het later compenseert wordt het verschil steeds groter en krijgt het weldegelijk invloed op het eindpeil. Het is dan ook niet aan te raden dit te doen want hierdoor krijg je een veel te hoog eindpeil.

Het kan natuurlijk ook voorkomen dat je een ander eindpeil hebt dan gewenst als je elke dag constant de medicijnen neemt. Dit kan komen doordat je gemiddeld meer of minder dan 25% uitscheidt. Maar ook door hoe snel het lichaam de stoffen opneemt e.d.



Dutch project 'Profi ', 'discrete analyse' (1997). Vervolgopdracht is verwerkt in pakketje DDM (1998, 2e experimentele versie):

<http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/00669/>

Also published in: Wageningse methode VWO4, deel 2 (p. 23, versie 2000)

Dutch version (medicijnspiegel):

<http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/28001/>