

Über die Treppe

Allgemeine Beschreibung

Für den Bau eines Einfamilienhauses sind viele Planungsschritte nötig. Bei dieser Aufgabe schlüpfen die SchülerInnen in die Rolle von MitarbeiterInnen einer Baufirma und erstellen Kalkulationen zu einer geplanten Treppe des Einfamilienhauses.

Zu Beginn erarbeiten die SchülerInnen den Zusammenhang zwischen Schrittlänge, Stufenhöhe und Auftrittsbreite beim Treppensteigen und drücken diesen in einer Formel aus. Sie argumentieren den Einsatz unterschiedlicher Stufenhöhen in verschiedenen Bauwerken.

Im nächsten Schritt berechnen sie die Maße der Kellertreppe ihres Projekts, welche von den FacharbeiterInnen auf der Baustelle umgesetzt werden.

Als Produkt erstellen die SchülerInnen eine schriftliche Zusammenfassung ihrer Ergebnisse und Lösungsstrategien. Diese präsentieren sie den anderen MitarbeiterInnen im Zuge einer internen Baubesprechung.

Bei der Bearbeitung der Problemstellung müssen die SchülerInnen Informationen aus Abbildungen, Text und einer Tabelle nutzen. Sie geben eine Formel an, liefern Begründungen, erarbeiten Vorgehensweisen, führen einfache Berechnungen durch, lösen eine Ungleichung und fassen Ergebnisse zusammen.

Anregungen und Vorschläge für die einzelnen Teilaufgaben wurden Fleiss et al. (2002b) und Fleiss et al. (2002a) entnommen.



Abb. 1: Treppe (*mascil*-Team Austria)

Schlagworte

Fach: Mathematik

Schulart: Sekundarstufe I und II

Alter: 12–16

In der Sekundarstufe I kann die Ungleichung der Teilaufgabe 3 weggelassen werden.

Zeitbedarf: 2 Unterrichtseinheiten (100 Minuten)

Forschendes Lernen:

- **Erkundung der Situation:** Die SchülerInnen werden mit Informationen aus Text, Abbildungen und einer Tabelle konfrontiert. Sie müssen sich in die Situation der Aufgabenbeschreibung einfinden und eine Lösungsstrategie erarbeiten.
- **Interpretation und Bewertung der Ergebnisse:** Bei der Darstellung der Resultate werden Begründungen erwartet. Da die SchülerInnen ihre Ergebnisse präsentieren, bewerten sie diese im Vorfeld und reflektieren ihre Lösungsstrategien.
- **Kommunikation und Präsentation:** Die SchülerInnen sind in Gruppen mit 3-4 Mitgliedern eingeteilt. Während der Arbeitsphase tauschen sie sich aus und präsentieren ihre Ergebnisse den anderen MitarbeiterInnen in Form einer Baubesprechung



- ForscherInnengeist; Anwendung von Mathematik und Naturwissenschaft im wirklichen Leben; Verstehen, wie Mathematik in der Arbeitswelt genutzt wird
- SchülerInnen versuchen Probleme zu lösen, nutzen ihr Wissen für die Lösungsfindung; sie reflektieren über Ergebnisse, entwickeln eigenes Verständnis, erkunden die Arbeitswelt
- Konsens über Sinn und Ziel; gemeinsame Verantwortung; Zusammenarbeit
- Kontext ist sinnvoll und bedeutsam; Fragestellung ermöglicht unterschiedliche Lösungsstrategien; die Lernenden sind aktiv und eigenverantwortlich tätig; die Aufgabe fördert Zusammenarbeit und Kommunikation

Bezug zur Arbeitswelt:

- **Kontext:** Die Aufgabe entstammt dem Bauwesen.
- **Rolle:** Die SchülerInnen sind MitarbeiterInnen einer Baufirma und für Materialberechnung und Kostenkalkulation zuständig.
- **Tätigkeit:** Die SchülerInnen erarbeiten mit Hilfe einer Abbildung den Zusammenhang zwischen menschlicher Schrittlänge, Stufenhöhe und Auftrittsbreite. Sie überlegen, warum in verschiedenen Bauwerken unterschiedliche Stufenhöhen umgesetzt werden. Dazu benutzen sie Informationen aus einer Tabelle. Für die Berechnungen der Bemaßungen einer Kellertreppe müssen sie einen Ausschnitt eines Plans nachvollziehen und eine Vorgehensweise erarbeiten. Ihre Ergebnisse fassen sie zusammen und präsentieren sie den anderen MitarbeiterInnen.
- **Produkt:** In Form einer schriftlichen Zusammenfassung halten die SchülerInnen ihre Ergebnisse fest und stellen sie den anderen in einer kurzen Präsentation vor.
- **Beruf:** FacharbeiterInnen (TischlerInnen, MaurerInnen); MitarbeiterInnen in Baufirmen

Aufgabenstellung

Ihr seid Angestellte einer Baufirma und für die Kalkulationen eines Einfamilienhaus-Projekts zuständig. Bei diesem fehlt die Planung der Treppen. Es ist euer Ziel, die Treppenmaße anzugeben, um die Baukosten für die AuftraggeberIn besser abschätzen zu können. Eure Ergebnisse sollen schriftlich festgehalten und den anderen MitarbeiterInnen im Zuge einer internen Baubesprechung präsentiert werden.

- Eine Treppe setzt sich aus Stufen gleicher Stufenhöhe und gleicher Auftrittsbreite zusammen. Um angenehmes Treppensteigen zu ermöglichen stehen Stufenhöhe, Auftrittsbreite und die menschliche, durchschnittliche Schrittlänge in einem bestimmten Verhältnis zueinander. Versucht die drei Größen mithilfe der Abbildung 2 in Beziehung zu setzen. Überlegt, wie ihr kleine Unterschiede in der Schrittlänge berücksichtigen könnt.
- Tabelle 1 zeigt Stufenhöhen, die im Allgemeinen für die Berechnung von Treppen eingehalten werden.

Freitreppen, Schulen, Krankenhäuser, Kindergärten	14–16
Wohnhäuser	~ 17
Nebentreppen (Keller- und Bodentreppen)	18–20

Tab. 1: Stufenhöhen (in cm) Fleiss et al. 2002b, S. 39



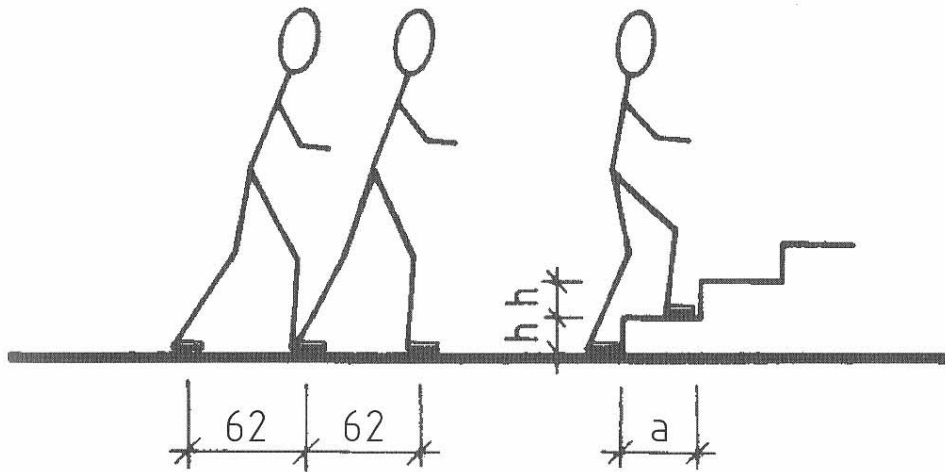


Abb. 2: Zusammenhang zwischen Stufenhöhe (h), Auftrittsbreite (a) und menschlicher Schrittweite Fleiss et al. 2002b, S. 39

Vergleichen Sie die unterschiedlichen Stufenhöhen. Warum können Unterschiede sinnvoll sein? Was passiert mit der zugehörigen Auftrittsbreite?

- Eine gerade Treppe soll im Keller des geplanten Einfamilienhauses eingebaut werden. Der Schnitt durch diesen ist in Abbildung 3 gezeigt. Die Geschoßhöhe beträgt 280 cm.

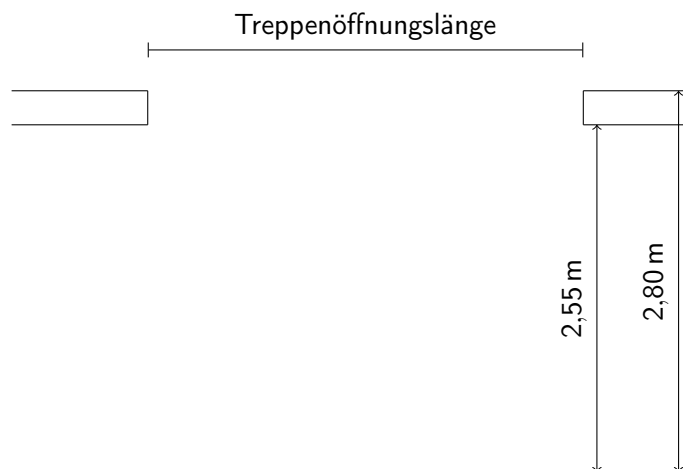


Abb. 3: Schnitt durch den Keller des Einfamilienhauses

Berechnen Sie die Anzahl der nötigen Stufen, die Stufenhöhe und Stufenbreite. Bedenken Sie, dass alle Stufen dieselbe Höhe und Auftrittsbreite haben müssen.

Die Festlegung der Stufenanzahl entscheidet über die eigentlichen Höhen und Breiten.

Vor Treppenöffnungen dürfen auch Stufen gelegt werden, wobei die gesetzliche Durchgangshöhe (laut Bauvorschrift) zu beachten ist.

Wie viele Stufen können die FacharbeiterInnen vor die Treppenöffnung legen, wenn eine Durchgangshöhe von mindestens 2,20 m eingehalten werden muss? Berechnen Sie den tatsächlichen Abstand zur Raumdecke (lichte Durchgangshöhe) bei der Vorlagerung der Stufen.



Mögliche Lösung

Zusammenhang zwischen Stufenhöhe, Auftrittbreite und menschlicher Schrittlänge

Laut Abbildung 2 kann die menschliche Schrittlänge mit 62 Zentimetern angenommen werden. Beim Treppensteigen müssen pro Stufe annähernd zwei Stufenhöhen und eine Auftrittbreite mit einer Schrittlänge überwunden werden.

Wird eine gewisse Schwankungsbreite des menschlichen Schrittes einbezogen, ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$62 \pm 3 = 2 \cdot h + a$$

Da die Schrittlänge sowohl kleiner als auch größer als 62 Zentimeter sein kann, wird diese Variabilität einfachheitshalber weggelassen. Der vereinfachte Zusammenhang ist:

$$62 = 2 \cdot h + a$$

Gründe für ungleiche Stufenhöhen

Unterschiede in Stufenhöhen verschiedener Bauwerke sind sinnvoll, weil Treppen von Personen mit unterschiedlichen Ansprüchen genutzt werden und an diversen Orten vorkommen.

Freitreppen befinden sich außerhalb von Gebäuden. Sie sind Witterungen ausgesetzt und um Rutschgefahr oder ähnlichem vorzubeugen, sind sie weniger hoch (14–16 cm).

Für Kinder, Kranke oder alte Menschen ist es einfacher Stufen mit geringeren Höhen (14–16 cm) zu bewältigen. Erstens ist es weniger anstrengend und zweitens sinkt die Verletzungsgefahr.

Nebentreppen werden selten genutzt, sollten wenig Baufläche einnehmen und Höhenunterschiede schneller überwinden. Daher sind diese Stufen höher (18–20 cm).

Die Stufenhöhe in Wohnhäusern (~17 cm) liegt dazwischen. Diese hat sich im Laufe der Jahre bewährt.

Bei Treppen in Schulen ergibt sich eine größere Auftrittbreite (34 cm) im Vergleich zu Wohn- (28 cm) oder Kellertreppen (22 cm):

$$62 - 2 \cdot 14 = 34$$

$$62 - 2 \cdot 17 = 28$$

$$62 - 2 \cdot 20 = 22$$



Bemaßungen der Treppe im Keller mit vorgelegten Stufen

Die Geschoßhöhe beträgt 280 cm und die Minstdurchgangshöhe 220 cm.

Variante 1:

Die Stufenausgangshöhe wird mit 18 cm gewählt.

Anzahl der Stufen: $280 : 18 \approx 15,56 \rightarrow 16$ Stufen

Genau Stufenhöhe: $280 : 16 = 17,5$

Die Höhe einer Stufe (17,5 cm) liegt laut Tabelle 1 knapp unterhalb des für Nebentreppen angegebenen Bereichs.

Anzahl der möglichen Stufenvorlagerungen: Laut Abbildung 3 beträgt die Raumhöhe des Kellers 255 cm.

Zur Bestimmung der Stufenanzahl p , die bei Einhaltung der Durchgangshöhe von 220 cm vorgelagert werden kann, muss eine Ungleichung gelöst werden:

$$\begin{aligned} 255 - (p \cdot 17,5) &\geq 220 && | - 255 \\ -(p \cdot 17,5) &\geq -35 && | : (-17,5) \\ p &\leq 2 \rightarrow p = 2 \end{aligned}$$

Es können zwei Stufe vor die Treppenöffnung gelegt werden.

Lichte Durchgangshöhe: $255 - p \cdot 17,5 = 255 - 2 \cdot 17,5 = 220$

Auftrittsbreite: $62 - 2 \cdot 17,5 = 27$

Lauflänge der Treppe: Diese ergibt sich durch Addition aller Auftrittsbreiten. Bei der höchsten Stufe befindet sich der Auftritt bereits im nächsten Stockwerk, wird also nicht mehr zur Lauflänge gezählt. Zur Berechnung dieser wird daher die um eins verminderte Stufenanzahl mit der Auftrittsbreite multipliziert: $27 \cdot (16 - 1) = 405$

Variante 2:

Die Stufenausgangshöhe wird mit 19 cm gewählt.

Anzahl der Stufen: $280 : 19 \approx 14,74 \rightarrow 15$ Stufen

Genau Stufenhöhe: $280 : 15 = 18,7$

Die Höhe einer Stufe (18,7 cm) liegt laut Tabelle 1 in dem für Nebentreppen angegebenen Bereich.

Anzahl der möglichen Stufenvorlagerungen: Laut Abbildung 3 beträgt die Raumhöhe des Kellers 255 cm.

Zur Bestimmung der Stufenanzahl p , die bei Einhaltung der Durchgangshöhe von 220 cm vorgelagert werden kann, muss eine Ungleichung gelöst werden:

$$\begin{aligned} 255 - (p \cdot 18,7) &\geq 220 && | - 255 \\ -(p \cdot 18,7) &\geq -35 && | : (-18,7) \\ p &\lesssim 1,87 \rightarrow p = 1 \end{aligned}$$

Es kann nur eine Stufe vor die Treppenöffnung gelegt werden.

Lichte Durchgangshöhe: $255 - p \cdot 18,7 = 255 - 18,7 = 236,6$

Auftrittsbreite: $62 - 2 \cdot 18,7 = 24,6$

Lauflänge der Treppe: $24,6 \cdot (15 - 1) = 344,4$

Variante 3:

Die Stufenausgangshöhe wird mit 20 cm gewählt.



Anzahl der Stufen: $280 : 20 = 14 \rightarrow 14$ Stufen

Genauere Stufenhöhe: $280 : 14 = 20$

Die Höhe einer Stufe (20 cm) liegt laut Tabelle 1 in dem für Nebentreppen angegebenen Bereich.

Anzahl der möglichen Stufenvorlagerungen:

$$\begin{array}{rcl} 255 - (p \cdot 20) \geq 220 & | - 255 & \\ -(p \cdot 20) \geq -35 & | : (-20) & \\ p \leq 1,75 \rightarrow p = 1 & & \end{array}$$

Es kann nur eine Stufe vor die Treppenöffnung gelegt werden.

Lichte Durchgangshöhe: $255 - p \cdot 20 = 255 - 20 = 235$

Auftrittsbreite: $62 - 2 \cdot 20 = 22$

Laufänge der Treppe: $22 \cdot (14 - 1) = 286$

Herausforderungen

In der Teilaufgabe 1 müssen die SchülerInnen aus den Angaben der Abbildung 2 einen Zusammenhang von Schrittlänge, Stufenhöhe und Auftrittsbreite ableiten. Dieser ist die Grundlage zur Bearbeitung der Teilaufgabe 3.

Bei der Teilaufgabe 3 ist das Nachvollziehen der Informationen aus dem Text und der Abbildung 3 eine Herausforderung. Die SchülerInnen müssen eigenständig eine Vorgehensweise zur Berechnung der Treppenmaße erarbeiten. Das Anschreiben der Ungleichung zur Bestimmung der möglichen Stufenvorlagerungen erfordert gutes Vorstellungsvermögen.



Didaktisch methodische Ideen

Beispielhafter Unterrichtsablauf

1. Stunde

10 Min.: Ausgeben der Handouts; Einteilen der SchülerInnen in Gruppen mit 3–4 Mitgliedern; SchülerInnen lesen Informationen und versuchen Angaben der Aufgabenstellung nachzuvollziehen

10 Min.: Gemeinsames Besprechen der Aufgabe im Klassenverband
LehrerIn kann Fotos von verschiedenen Treppen auf Baustellen und von Treppen fertiger Bauwerke zeigen
Diskussion über Schwierigkeiten; Gemeinsames Überlegen der ersten Schritte

25 Min.: SchülerInnen arbeiten selbstständig an der Aufgabenstellung in ihren Gruppen
LehrerIn steht als BeraterIn zur Verfügung

2. Stunde

5 Min.: Kurze Wiederholung der Aufgabe im Klassenverband
Beantwortung aufkommender Fragen; Besprechen von Unklarheiten

25 Min.: SchülerInnen arbeiten selbstständig an der Aufgabenstellung in ihren Gruppen
LehrerIn steht als BeraterIn zur Verfügung
SchülerInnen schreiben schriftliche Zusammenfassung ihrer Resultate und bereiten Präsentation vor

10 Min.: Interne Baubesprechung: Gruppen präsentieren ihre Ergebnisse

10 Min.: Diskussion über Ergebnisse; SchülerInnen geben sich gegenseitig Feedback zu den Präsentationen
Abschlussrunde: Wie waren die letzten beiden Stunden? (Feedback der SchülerInnen zur Aufgabe)

Literatur

Fleiss, M., Gangl, G., Graf, A., Gruber, F., Heitzer, P., Huter, R., Laschober, K., Reisinger, W., Roppatsch, E. & Schnedl, R. (2002a). *Bautechnik Bau*. Jugend & Volk, Wien.
– (2002b). *Fachrechnen - Fachzeichnen Bau*. Jugend & Volk, Wien.

Varianten

- Fit im Alltag durch Treppensteigen



Fit im Alltag durch Treppensteigen

Laut Sport-Experten Hans Holdhaus, dem Direktor des IMSB, zählt Bewegungsmangel in Österreich zu einem massiven gesellschaftlichen Problem (derStandard).

Du bist SportwissenschaftlerIn im IMSB und möchtest für die gesundheitsbewusste 2HCSA der Hertha Firnbergschulen für Wirtschaft und Tourismus überprüfen, wie das Schulgebäude einbezogen werden kann, um täglich ausreichend Bewegung zu machen. Dabei konzentrierst du dich besonders auf das Treppensteigen, denn dies stärkt Knochen und Muskulatur (derStandard).

1. Bestimme die Anzahl der Kalorien, die eine Schülerin/ein Schüler der 2HCSA beim Treppensteigen im Schulhaus bereits verbrannt hat, wenn sie/er in der Früh das Klassenzimmer betritt. Nimm das Internet bei der Recherche zur Hilfe.
2. Das Treppensteigen ist umso effizienter, je größer die Steigung ist, die dabei zurückgelegt wird. Erstelle den in diesem Sinne optimalen Weg von der Garderobe bis in die 2HCSA, um die körperliche Fitness der SchülerInnen aufrecht zu erhalten (gerade Distanzen ohne Treppen sind zu vernachlässigen).

